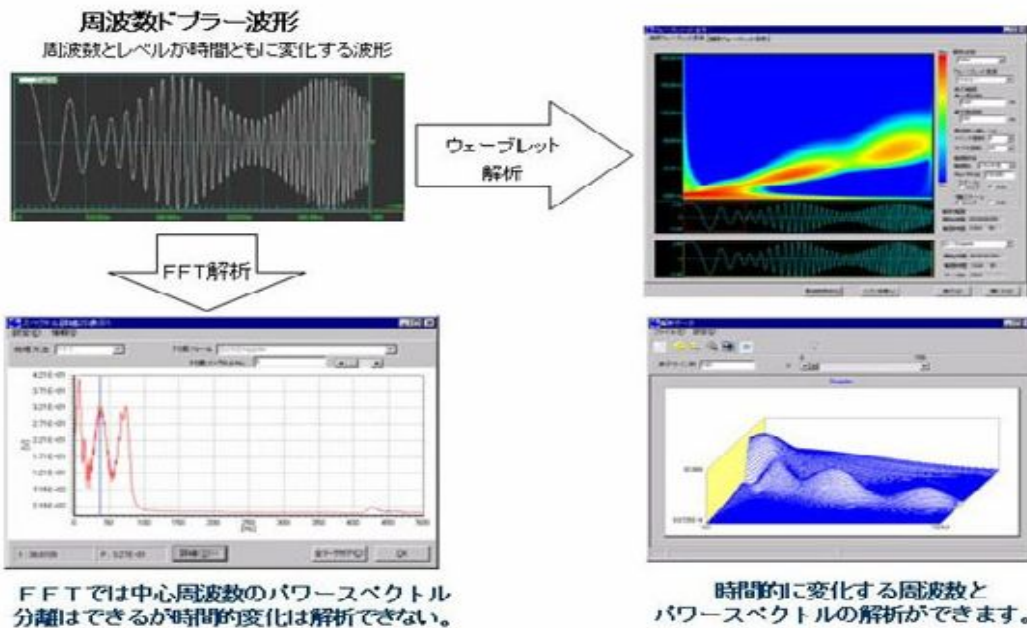


## FFT分析とウェーブレット解析の違い。



### ウェーブレット解析の計算原理

周期的な運動では、少なくとも1周期以上観測しなければどのような運動かわからない、かといってあまり、多くの周期について観測すると、平均化されてしまう。

つまり、時間周波数の窓を通して、この運動を表す関数を見た場合、高い振動数のところでは、時間を短くしなければ何周期も見ることになり、逆に低い振動数のところでは、時間を長くしないと1周期分が見られない。時間周波数の窓の面積は変えられなくても(フーリエ解析の不確定性原理:時間と周波数について同時に精度はあげられない)、その窓の形を変えることができるのが、ウェーブレット変換である。

——>そこで、ウェーブレット変換は、その操作を行なうための関数を用いる。

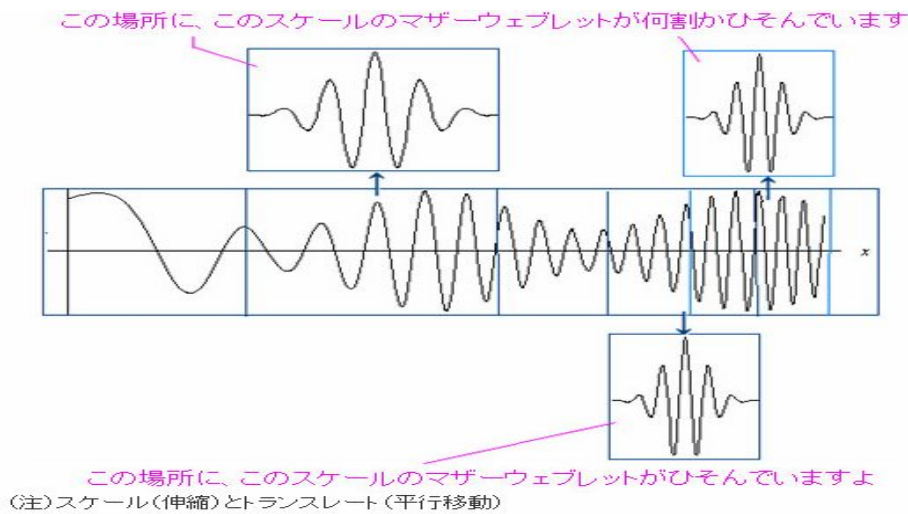
ある波形からマザーウェーブレット (motherwavelet) と呼ばれている波形と相似な波形だけを抽出する。一種のフィルターのようなものです。マザーウェーブレット  $\psi(t)$  は既存のものを使用してもいいし、自分で定義して使用することもできる。

このマザーウェーブレットをスケール(伸縮), トランスレート(平行移動)することによって、解析する波形中のこれと相似な様々なスケールの波形を、時間軸情報を失うことなく抽出することができる。以上のことを示したウェーブレット変換の定義式が次式です。

$$W(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) f(t) dt$$

積分の範囲は、 $-\infty$ から $\infty$ となっているが、マザーウェーブレットがサポートコンパクトである為、 $-\infty$ から $\infty$ まで計算する必要はない。

$W(a,b)$ は、ウェーブレット係数(以下ではW係数と示す)と呼ばれ、マザーウェーブレット  $\psi(t)$  との相似性の強さを示す量である。また、 $\psi(t)$ の上の棒は複素共役であることを示している。W係数は、自身の情報のほかに、スケール情報と時間情報の2つの情報を持っているので、スケールと時間を軸に、W係数を高さとする等高線として結果を出力する。



■スケール(伸縮)

スケールはマザーウェーブレットを横にびろんと伸ばしたり、ギュッと押し縮めたりすること。  
 → これによって、周期(周波数)を変化させることができる。  
 式を[  $\Psi(t) \rightarrow \Psi(t/a)$  ]とすれば、幅がa倍され、この操作になる。

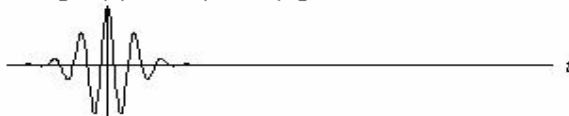


■トランスレート(平行移動)

トランスレートはマザーウェーブレットの中心位置をt軸上で左右に動かすこと。  
 → これによって、任意の時間の相似な波形を取り出すことができる。  
 式を[  $\Psi(t) \rightarrow \Psi(t-b)$  ]とすれば、中心位置がtの正の方向にbだけ移動する。

※マザーウェーブレットはこの2つの操作を組み合わせられて使われる。  
 → 2つを組み合わせることで任意の時間のマザーウェーブレットと相似な波形を見つけることができる。

式を[  $\Psi(t) \rightarrow \Psi(t-b/a)$  ]にする



(マザーウェーブレットの例)

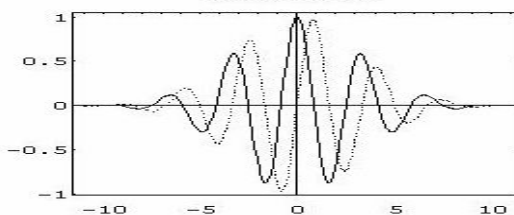
マザーウェーブレットの例を示します。

・モルレーのウェーブレットである。

定義式

$$\Psi(t) = \exp(\sqrt{-1}k_0 t) \exp(-\frac{|t|^2}{2})$$

Morlet W.



(実線は実部, 点線は虚部を示している。)