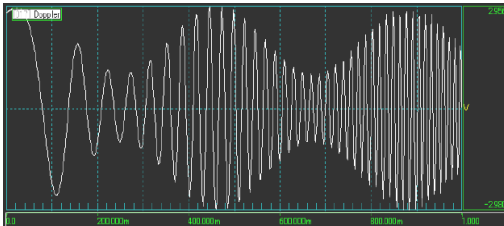
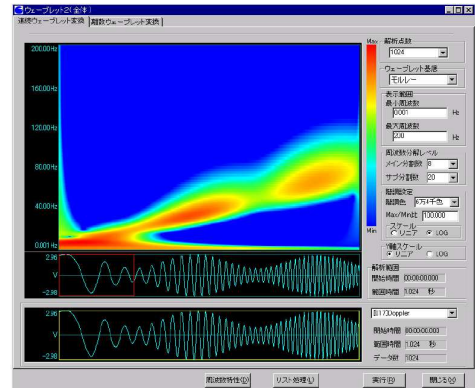


## FFT分析とウェーブレット解析の違い

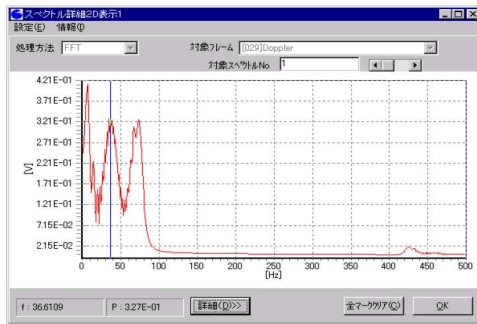
周波数ドプラー波形  
周波数が短時間とともに変化する波形



ウェーブレット解析



FFT解析



FFTでは中心周波数のパワースペクトル分離はできるが  
時間的変化は解析できない

時間的に変化する周波数と  
パワースペクトルの解析ができます

### ウェーブレット解析の計算原理

周期的な運動では、少なくとも1周期以上観測しなければどのような運動かわからない、かといってあまり、多くの周期について観測すると、平均化されてしまう。

つまり、時間周波数の窓を通して、この運動を表す関数を見た場合、高い振動数のところでは、時間を短くしなければ何周期も見ることになり、逆に低い振動数のところでは、時間を長くしないと1周期分が見られない。時間周波数の窓の面積は変えられなくても(フーリエ解析の不確定性原理:時間と周波数について同時には精度はあげられない)、その窓の形を変えることができるのが、ウェーブレット変換である。

——>そこで、ウェーブレット変換は、その操作を行なうための関数を用いる。

ある波形からマザーウェーブレット(mother wavelet)と呼ばれている波形と相似な波形だけを抽出する。一種のフィルターのようなものです。マザーウェーブレット $\psi(t)$ は既存のものを使用してもいいし、自分で定義して使用することもできる。

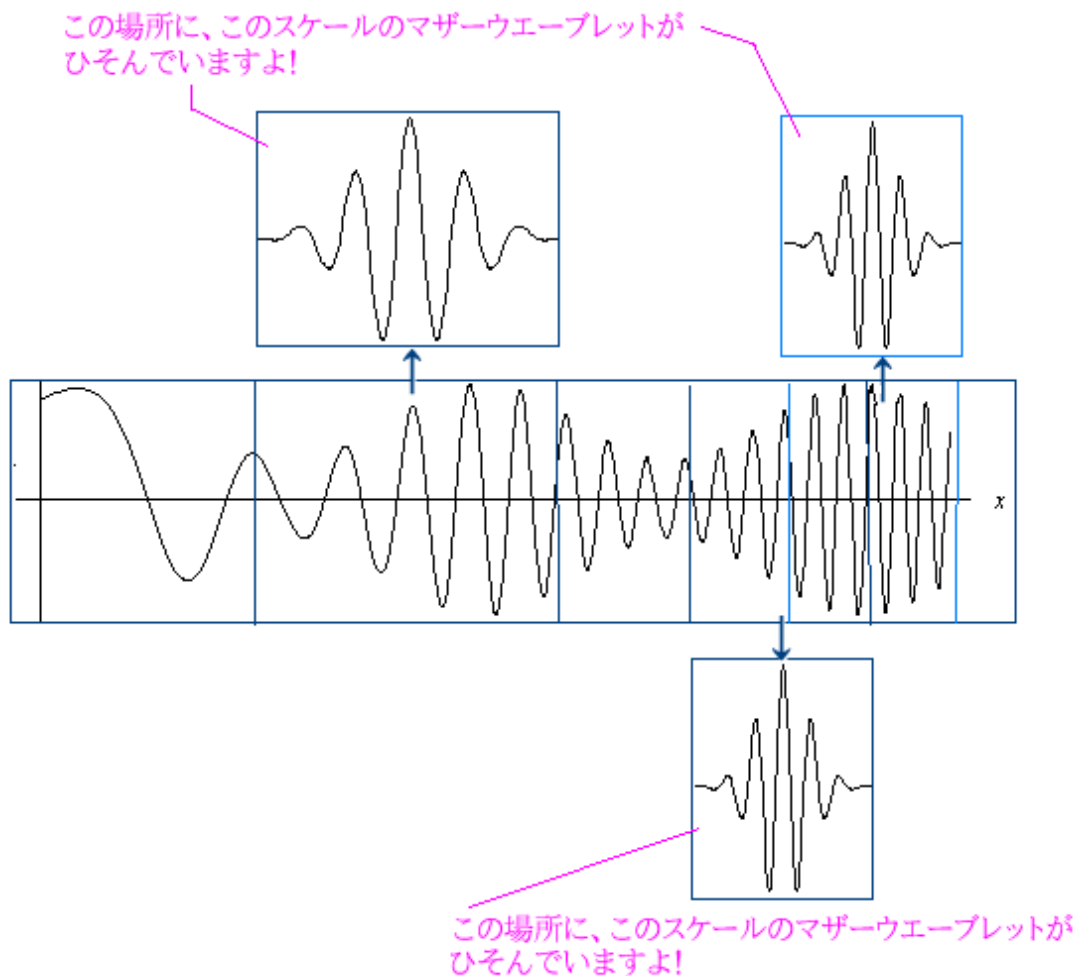
このマザーウェーブレットをスケール(伸縮),トランスレート(平行移動)することによって、解析する波形中のこれと相似な様々なスケールの波形を、時間軸情報を失うことなく抽出することができる。以上のことを示したウェーブレット変換の定義式が次式です。

$$W(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{a}} \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} f(t) dt$$

積分の範囲は、 $-\infty$ から $\infty$ となっているが、マザーウェーブレットがサポートコンパクトである為、 $-\infty$ から $\infty$ まで計算する必要はない。

$W(a,b)$ は、ウェーブレット係数(以下ではW係数と示す)と呼ばれ、マザーウェーブレット $\Psi(t)$ との相似性の強さを示す量である。また、 $\Psi(t)$ の上の棒は複素共役であることを示している。W係数は、自身の情報のほかに、スケール情報と時間情報の2つの情報を持っているので、スケールと時間を軸に、W係数を高さとする等高線として結果を出力する。

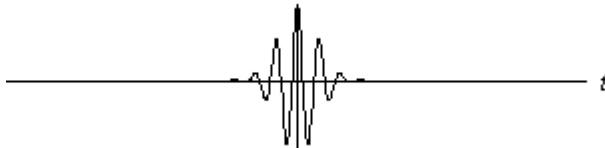
(この場所に、このスケールのマザーウェーブレットが何割かひそんでいます)



(注)スケール(伸縮)とトランスレート(平行移動)

■スケール(伸縮)

スケールはマザーウェーブレットを横にピローンと伸ばしたり、ギュッと押し縮めたりすること。  
→ これによって、周期(周波数)を変化させることができる。  
式を[  $\Psi(t) \rightarrow \Psi(t/a)$  ]とすれば、幅がa倍され、この操作になる。



■トランスレート(平行移動)

トランスレートはマザーウェーブレットの中心位置をt軸上で左右に動かすこと。

→これによって、任意の時間の相似な波形を取り出すことができる。  
式を[  $\Psi(t) \rightarrow \Psi(t-b)$  ]とすれば、中心位置がtの正の方向にbだけ移動する。

※マザーウェーブレットはこの2つの操作を組み合わせるで使われる。

→2つを組み合わせることで任意の時間のマザーウェーブレットと相似な波形を見つけることができる。  
式を[  $\Psi(t) \rightarrow \Psi(t-b/a)$  ]にする

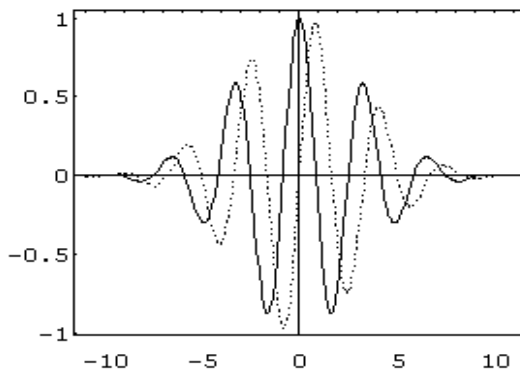


(マザーウェーブレットの例)

定義式

$$\psi(t) = \exp(\sqrt{-1}k_v t) \exp\left(-\frac{|t|^2}{2}\right)$$

Morlet W.



マザーウェーブレットの例を示します。

・モルレーのウェーブレットである。

(実線は実部、点線は虚部を示している。)