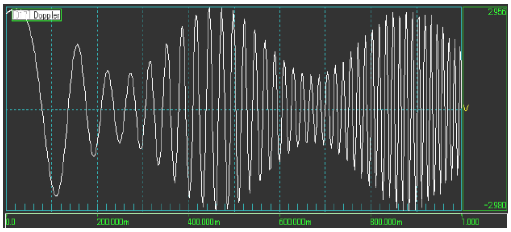
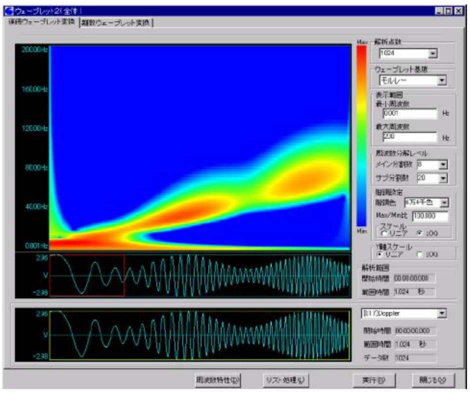
FFT分析とウェーブレット解析の違い

周波数ドプラー波形

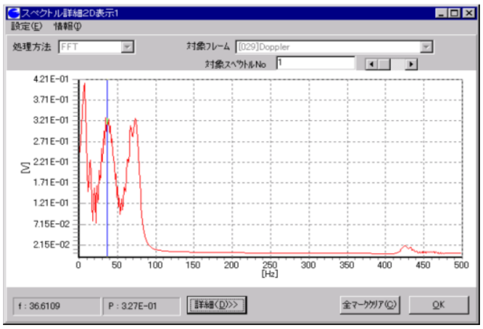
周波数が短時間とともに変化する波形

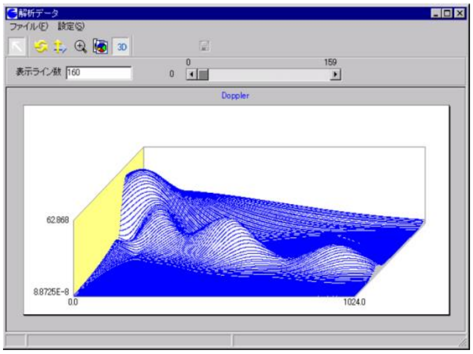


ウェーブレット解析



FFT解析





FFTでは中心周波数のパワースペクトル分離はできるが
時間的変化は解析できない

時間的に変化する周波数と
パワースペクトルの解析ができます

ウェーブレット解析の計算原理

周期的な運動では、少なくとも1周期以上観測しなければどのような運動かわからない、かといってあまり、多くの周期について観測すると、平均化されてしまう。

つまり、時間周波数の窓を通して、この運動を表す関数を見た場合、高い振動数のところでは、時間を短くしなければ何周期も見ることになり、逆に低い振動数のところでは、時間を長くしないと1周期分が見られない。時間周波数の窓の面積は変えられなくても(フーリエ解析の不確定性原理:時間と周波数について同時には精度はあげられない)、その窓の形を変えることが出来るのが、ウェーブレット変換である。

——>そこで、ウェーブレット変換は、その操作を行なうための関数を用いる。

ある波形からマザーウェーブレット(mother wavelet)と呼ばれている波形と相似な波形だけを抽出する。一種のフィルターのようなものです。マザーウェーブレットΨ(t)は既存のものを使用してもいいし, 自分で定義して使用することもできる。

このマザーウェーブレットをスケール(伸縮), トランスレート(平行移動)することによって, 解析する波形中のこれと相似な様々なスケールの波形を, 時間軸情報を失うことなく抽出することができる。以上のことを示したウェーブレット変換の定義式が次式です。

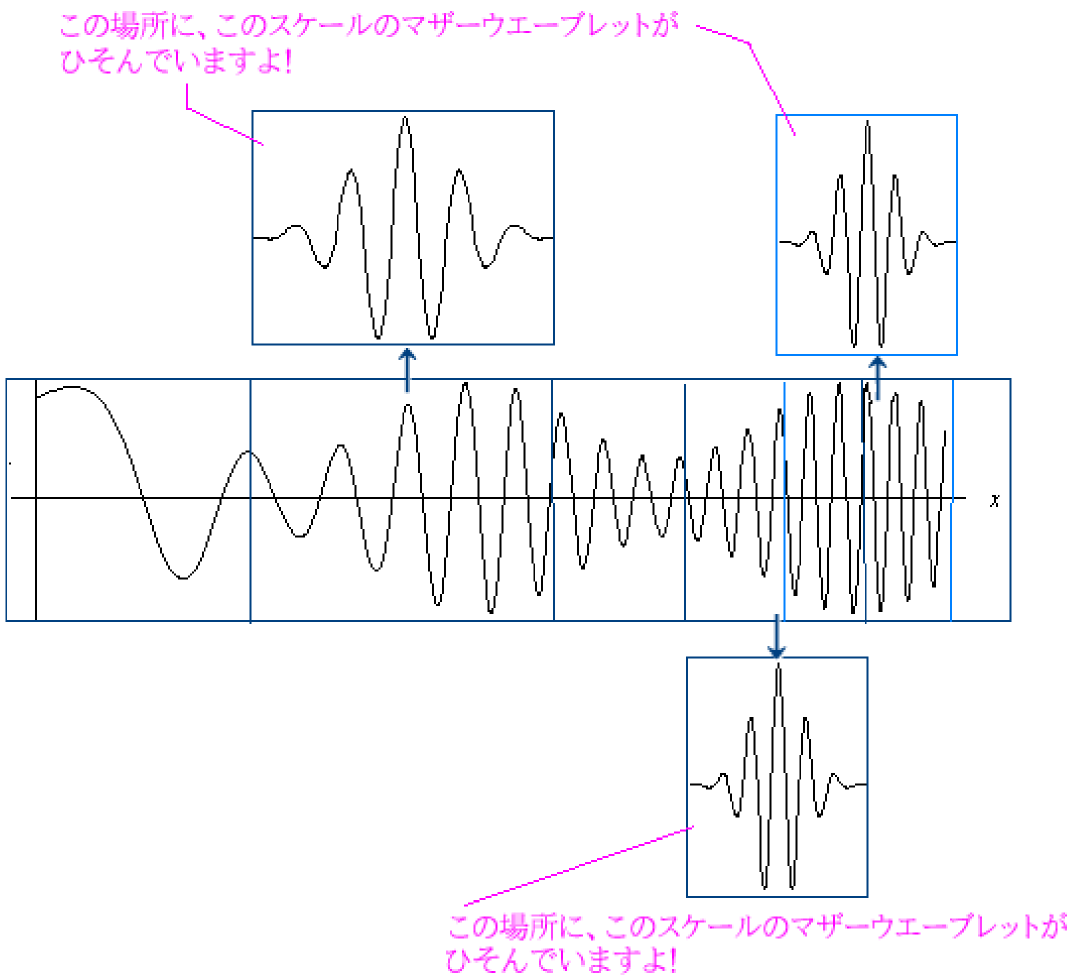
$$W(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{a}} \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} f(t)\,dt$$

株式会社 エルメック
〒194-0011 東京都町田市成瀬ケ丘2-23-11 ワコービル成瀬405
https://www.elmec-gms.com/
お電話受け付け窓口 042-788-7222 FAX受け付け窓口 042-799-6633
E-mail受け付け窓口 solutionss@elmec-gms.com

積分の範囲は，-∞から∞となっているが，マザーウェーブレットがサポートコンパクトである為，-∞から∞まで計算する必要はない。

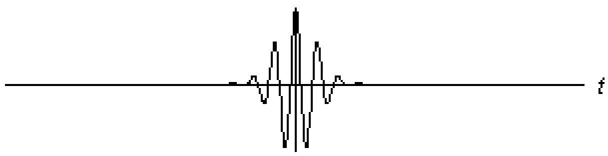
W(a,b)は、ウェーブレット係数（以下ではW係数と示す）と呼ばれ，マザーウェーブレットΨ(t)との相似性の強さを示す量である。また，Ψ(t) の上の棒は複素共役であることを示している。W係数は，自身の情報のほかに，スケール情報と時間情報の２つの情報を持っているので，スケールと時間を軸に，W係数を高さとする等高線として結果を出力する。

（この場所に、このスケールのマザーウェブレットが何割かひそんでいます）

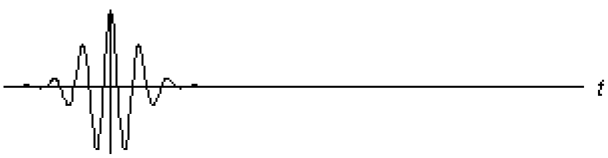


（注）スケール（伸縮）とトランスレート（平行移動）

■スケール（伸縮）
スケールはマザーウェーブレットを横にビローンと伸ばしたり，ギュッと押し縮めたりすること。
→　これによって，周期（周波数）を変化させることができる。
式を[Ψ(t) → Ψ(t/a)]とすれば，幅がa倍され，この操作になる。



■トランスレート（平行移動）
トランスレートはマザーウェーブレットの中心位置をt軸上で左右に動かすこと。
→これによって，任意の時間の相似な波形を取り出すことができる。
式を[Ψ(t) → Ψ(t−b)]とすれば，中心位置がtの正の方向にbだけ移動する。
※マザーウェーブレットはこの2つの操作を組み合わせて使われる。
→2つを組み合わせることで任意の時間のマザーウェーブレットと相似な波形を見つけることができる。
式を[Ψ(t) → Ψ(t-b/a)]にする

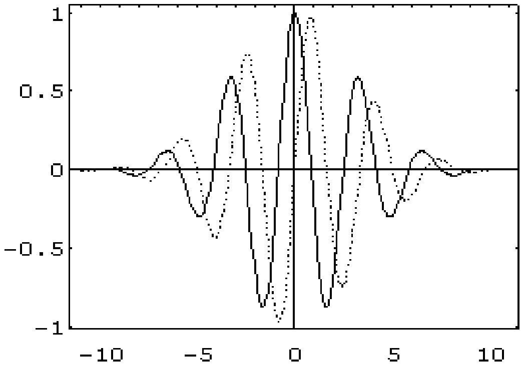


（マザーウェーブレットの例）

定義式

$$\psi(t) = \exp(\sqrt{-1}k_{\psi}t)\exp(-\frac{|t|^2}{2})$$

Morlet W.



マザーウェーブレットの例を示します。
・モルレーのウェーブレットである。

(実線は実部、点線は虚部を示している。)

株式会社 エルメック
〒194-0011　東京都町田市成瀬ケ丘2-23-11 ワコービル成瀬405
https://www.elmec-gms.com/
お電話受け付け窓口 042-788-7222
FAX受け付け窓口 042-799-6633
E-mail受け付け窓口 solutionss@elmec-gms.com